

WSTĘP

SZANOWNI UCZNIOWIE!

Zapraszamy was do udziału

w Bolesławieckim Konkursie Matematycznym dla klas VII – VIII

Przygotowaliśmy zbiór zadań, który pomoże wam przygotować się do konkursu. Zadania zamieszczone w zbiorze wybrali nauczyciele matematyki: I. Forczak, A. Jagielska, A. Kazanowska, J. Kolasa, A. Kril, J. Kuriata, K. Medyńska, B. Ostrowska, M. Pabisz, A. Raszczuk, J. Raszczuk, A. Sadowska, E. Słocińska, Z. Słobodzian, M. Subik, A. Szefer, J. Świerzko, E. Wcisło.

Opracowanie i redakcja: Joanna i Andrzej Raszczukowie

Polecamy również zbiory zadań:

Konkursy matematyczne dla szkoły podstawowej M. Rosół, E. Wilińska. Wyd. Aksjomat
Zbiór zadań konkursowych dla klas 7 – 8 szkoły podstawowej. Część 1, 2 i 3. J. Janowicz.
Wyd. GWO

Mamy nadzieję, że poszukiwanie pomysłów i sposobów rozwiązań będzie dla was wyzwaniem, ale również przyjemnością.

Maria Subik
doradca metodyczny
PCEiKK

Katarzyna Reguła
Dyrektor
PCEiKK

ZADANIA

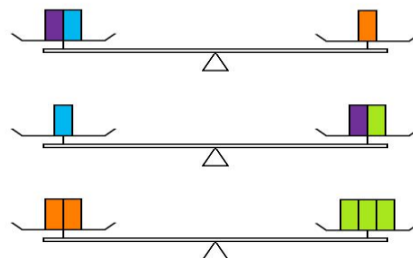
Liczby i działania

- 1 Jeden z braci ma więcej niż 30, a mniej niż 40 lat. Drugi ma więcej niż 40, ale mniej niż 50 lat. Ile lat ma każdy z braci jeżeli wiadomo, że iloczyn ich lat jest równy trzeciej potędze liczby naturalnej?
- 2 Marek bawił się ułamkami tworząc z jednego ułamka inny według reguły: zaczynał od dodatniego ułamka właściwego i tworzył nowy umieszczając w liczniku różnicę mianownika i licznika poprzedniego ułamka, a w mianowniku – iloczyn licznika i mianownika poprzedniego ułamka. Z otrzymanym ułamkiem postępował tak samo. Od jakiego ułamka rozpoczął, jeśli trzecim jaki utworzył był ułamek $\frac{23}{210}$?
- 3 Ile wynosi suma cyfr liczby $10^{11} - 11$?
- 4 Ludzkie ciało zawiera około 5 litrów krwi, z czego 40% stanowią krwinki czerwone. Ile czerwonych krwinek zawiera krew człowieka, jeżeli objętość czerwonych krwinek MCV to ok. 90 fl (femtolitr = 10^{-15} litra). Odpowiedź podaj w notacji wykładniczej.
- 5 W pewnym mieście w Szwajcarii 85% ludności mówi po niemiecku, a 75% po francusku. Jaki procent ludności tego miasta mówi w obu językach?
- 6 Ile łąz trzeba wypląkać, aby zawarta w nich sól ważyła 1 kg? Łzy zawierają 1% soli kuchennej, a jedna łąza waży 0,05 g.
- 7 Oblicz
$$158 \cdot \left[\frac{12 - \frac{12}{7} - \frac{12}{289} - \frac{12}{85}}{4 - \frac{4}{7} - \frac{4}{289} - \frac{4}{85}} \cdot \frac{9 + \frac{9}{13} + \frac{9}{169} + \frac{9}{91}}{6 + \frac{6}{13} + \frac{6}{169} + \frac{6}{91}} \right] \cdot \frac{505505505}{711711711} =$$
8. W sklepie odzieżowym ogłoszono świąteczną promocję na wszystkie towary. Przy zakupie jednej rzeczy cena jest mniejsza o 10%, przy kupnie dwóch rzeczy o 15%, przy kupnie trzech i więcej rzeczy o 20% za każdą sztukę. Pani Grudniowa zdecydowała się na zakup kurtek dla dzieci za 280 zł i 220 zł oraz sweter dla męża w cenie 160 zł. Czy dzięki promocji może sobie pozwolić na kupno bluzki za 190 zł oraz spódnicy za 120 zł, czy też starczy jej na jedną z tych rzeczy? Pani Grudniowa przeznaczyła na zakupy 700 zł.
9. Oblicz: $27^{50} : 81^{37}$
10. Wiadomo, że $5 \cdot 10^a + 4 \cdot 10^b + 8 \cdot 10^c + 1 \cdot 10^d + 3 \cdot 10^e = 834150$. Oblicz $a + b + c + d + e$

11. Ślimak wspina się na wysokie drzewo. W nocy posuwa się do góry o 4 metry, a w dzień opuszcza się o 2 m na dół. Ósmej nocy dotarł na wierzchołek drzewa. Jak wysokie jest drzewo?
12. Do sklepu przywieziono 223 kg cukierków w pojemnikach 10 kg i 17 kg. Ile było tych pojemników?
13. Wyznacz wszystkie liczby siedmiocyfrowe podzielne przez 3 i przez 4, w zapisie, których występują tylko cyfry 2 i 3, przy czym dwójek jest więcej niż trójek.
14. Uzasadnij, że wśród 65 liczb naturalnych znajduje się 9 liczb takich, że ich suma jest podzielna przez 9.
15. Na tablicy napisano 10 kolejnych liczb naturalnych. Ktoś starł jedną z nich i wówczas suma pozostałych była równa 2004. Jakie liczby zostały na tablicy?

Równania i wyrażenia algebraiczne

- 1 Dwaj bracia mają razem 7 lat. Liczba miesięcy jednego jest dwa razy większa od liczby lat drugiego. Ile lat mają bracia?
- 2 Kiedy tata Kuby miał 31 lat, Kuba miał 8 lat. Teraz wiek taty jest dokładnie dwa razy taki jak wiek Kuby. Ile lat ma obecnie Kuba?
- 3 Wczoraj w klasie uczniów obecnych było 8 razy tyle co nieobecnych. Dzisiaj nie przyszło jeszcze dwóch i teraz nieobecni stanowią 20% uczniów obecnych. Ilu jest uczniów w klasie?
- 4 Rodzina Kowalskich mama, tata i dwoje dzieci kupili bilety do kina. Bilet dla dzieci jest o 40% tańszy od biletu dla dorosłego. Za wszystkie bilety zapłacili 128 zł. Ile kosztował jeden bilet dla dziecka, a ile dla osoby dorosłej?
- 5 Asia i Basia zbierały pieniądze na prezent dla mamy. Wiadomo, że Basia miała o 6zł więcej niż Asia. Gdyby Asia miała o 25% więcej pieniędzy, a Basia o 20% mniej, to nadal razem miałyby tą samą kwotę. Ile pieniędzy na początku miała każda z dziewcząt?
- 6 Ile klocków fioletowych zrównoważy jeden niebieski?



7 Rozwiąż równanie $\frac{x-13,25}{\frac{2}{3}(1,13+\frac{4}{5})(\frac{11}{17}+0,5)} = 0$

8 Wiedząc, że $\frac{a}{a+b} = \frac{1}{2021}$, oblicz $\frac{b}{a+b} = ?$

9 Kaj, brat Gerdy, ma trzykrotnie mniej lat, niż Gerda będzie miała wówczas, gdy oboje będą mieli pięciokrotnie więcej lat, niż Gerda ma teraz. Ile lat ma każde z nich, jeżeli w sumie mają 26 lat?

10 Czy równanie $264 \cdot x + 51 \cdot y = 20082008$ ma rozwiązanie w liczbach całkowitych?

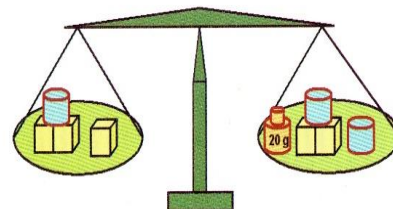
11 Trzej bracia rodzili się kolejno co 4 lata. Obecnie najstarszy z nich jest dokładnie 5 razy starszy od najmłodszego. Ile lat ma najmłodszy brat?

12 Ojciec ma tyle lat, ile syn i córka razem. Syn jest dwa razy starszy od swojej siostry i o 20 lat młodszy od ojca. Ile lat ma każdy z nich?

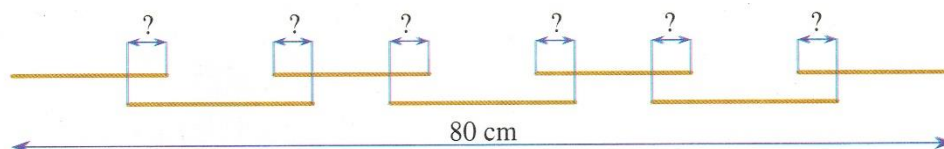
13 Czy istnieją takie liczby naturalne n i m , aby w wyniku pomnożenia ich sumy przez ich iloczyn otrzymać liczbę 20142015?

14 Widoczna na rysunku waga jest w równowadze.

Na jej szalkach umieszczony jest odważnik o ciężarze 20 g oraz bryły: sześciiany i walce. Wszystkie bryły (sześciiany i walce) ważą razem 500 g. Ile waży jeden sześciian?



15 Siedem patyczków, każdy o długości 14 cm, ułożono jak na rysunku na długości 80 cm. Każdy z odcinków oznaczony znakiem zapytania ma taką samą długość. Jaka?

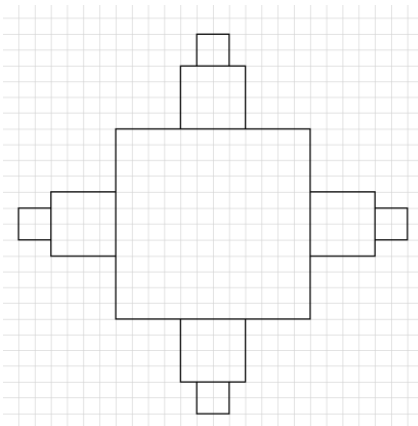


16 Królowa Śnieżka ustawiła siedmiu krasnoludków według wzoru od najniższego do najwyższego i rozdzieliła pomiędzy nich 77 jagód zebranych przez nich w lesie. Najniższy krasnal otrzymał pewną porcję jagód, a każdy następny w kolejce o jedną jagodę więcej niż jego poprzednik. Ile jagód otrzymał najwyższy krasnoludek?

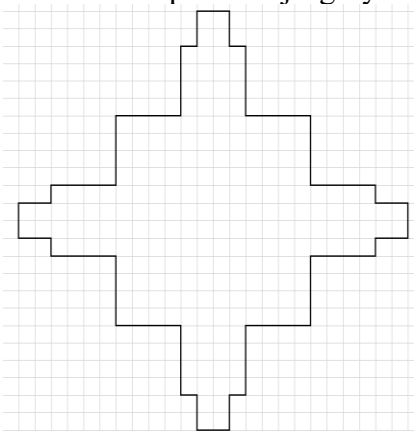
- 17 Brat i siostra dostali od rodziców łącznie 90 zł. Jeśli siostra odda bratu ze swojej części 10 zł, to brat będzie miał dwa razy więcej pieniędzy niż siostra. Ile każde z nich otrzymało pieniędzy od rodziców?

Figury geometryczne

1. Kwadrat ma obwód 32 dm. Środki dwóch kolejnych boków tego kwadratu połączone ze sobą i z wierzchołkiem nie należącym do tych boków. Oblicz pole otrzymanego w ten sposób trójkąta. Jaką częścią pola kwadratu jest pole tego trójkąta?
2. Przez jeden punkt można poprowadzić nieskończenie wiele RÓŻNYCH prostych. Ile różnych prostych można poprowadzić przez 10 różnych punktów?
3. Kąt między wskazówką godzinową i minutową ma miarę 90° . Jaką miarę może mieć ten kąt po 10 minutach ?
4. Dany jest kwadrat o boku 1. Pośrodku każdego boku stawiamy kwadrat o boku dwukrotnie mniejszym. Powtarzamy poprzedni krok pięciokrotnie (rysunek zakończył się po dwukrotnym wykonaniu tego kroku)

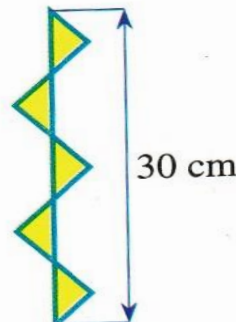


Jaki jest obwód tak powstałej figury?



5. Mama Krzysia upiekła tort. Podstawa tortu ma kształt trapezu równoramiennego, którego podstawa oraz ramiona są dwa razy krótsze od drugiej podstawy. Jak mama Krzysia podzieli tort na dwanaście przystających części? Zrób odpowiedni rysunek.

6. Czy istnieje wielokąt o 2012 przekątnych? Odpowiedź uzasadnij.
7. Maciej zamierza położyć parkiet w swoim pokoju, który ma 3 m szerokości i 5 m długości. Ile płytek parkietowych o wymiarach $20\text{cm} \times 30\text{cm}$ musi w tym celu zakupić
8. W trapezie równoramiennym każde z ramion ma długość 5 cm, wysokość 3 cm. Pole trapezu jest równe 30 cm^2 . Oblicz obwód tego trapezu.

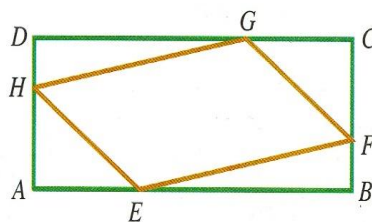


9. Narysowana obok pokolorowana figura składa się z pięciu jednakowych równoramiennych trójkątów prostokątnych. Ile jest równe pole pokolorowanej figury?

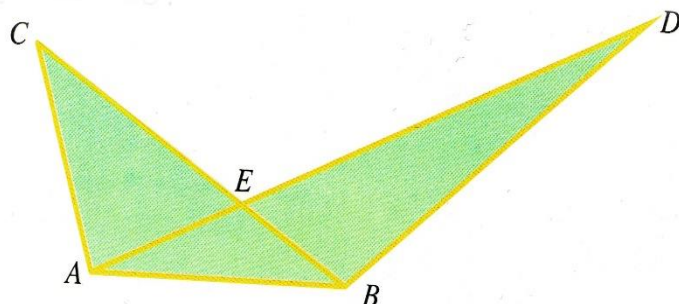
10. W dowolnym czworokącie wypukłym ABCD środek E odcinka AB połączono z wierzchołkiem D, a środek F odcinka DC z wierzchołkiem B. Oblicz pole czworokąta EBFD wiedząc, że pole czworokąta ABCD jest równe 77.

11. Trójkąt o obwodzie 50 cm podzielono za pomocą wysokości na dwa trójkąty o obwodach 30 cm i 36 cm. Oblicz długość wysokości tego trójkąta.

12. Punkty E, F, G, H dzielą boki prostokąta o polu S w stosunku 1:2. Jaki jest stosunek pól czworokąta EFGH i prostokąta ABCD?

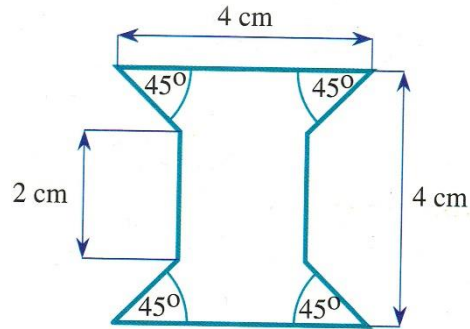


13. Mamy trzy rodzaje patyczków: 16 patyczków o długości 1 cm, 16 o długości 2 cm i 15 o długości 3 cm. Czy można zbudować ze wszystkich patyczków prostokąt (bez łamania patyczków)?
14. Na rysunku pole trójkąta ABD jest równe 15, pole trójkąta ABC jest równe 12, pole trójkąta ABE jest równe 4. Ile wynosi pole pięciokąta ABDEC?

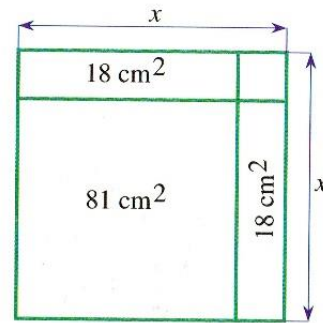




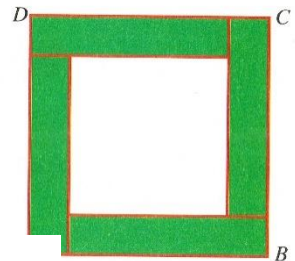
15. Jaka jest powierzchnia tej figury?



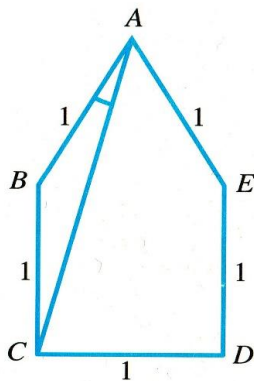
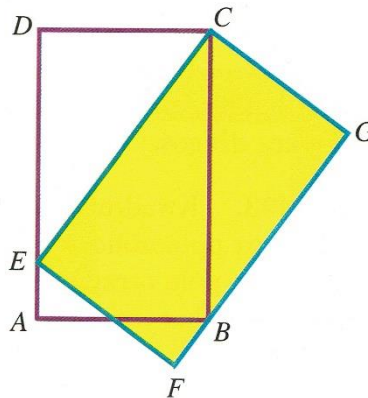
16. Kwadrat o boku długości x składa się z kwadratu o polu 81 cm^2 , dwóch prostokątów o polach po 18 cm^2 i małego kwadratu. Ile wynosi x ?



17. Kwadrat ABCD składa się z kwadratu i czterech jednakowych zamalowanych prostokątów, przy czym każdy z tych czterech prostokątów ma obwód 40 cm. Ile jest równe pole kwadratu ABCD?

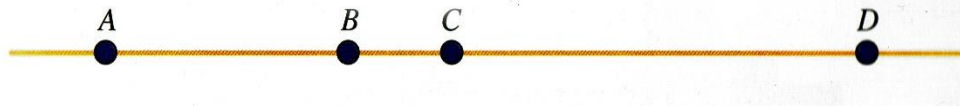


18. Jeden prostokąt EFGC zakrywa część drugiego prostokąta (patrz rysunek) pole której części prostokąta ABCD jest większe, zakrytej czy niezakrytej?

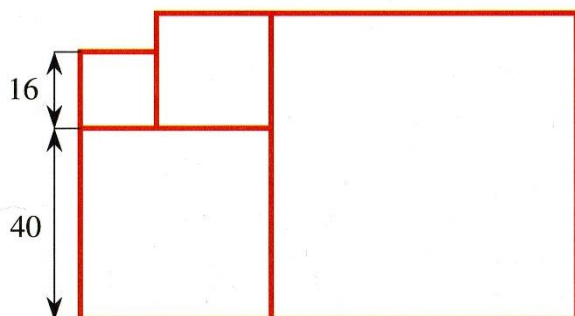


19. Jaką miarę ma w pięciokącie ABCDE (patrz rysunek) kąt BAC, jeżeli punkty C, D, E, B są wierzchołkami kwadratu?

19. Na poniższym rysunku zaznaczono punkty A, B, C, D, które leżą na jednej prostej. Odległość między punktami A i C jest równa 10 m, między B i D jest równa 15 m, między A i D jest równa 22 m. Jaka jest odległość między punktami B i C?



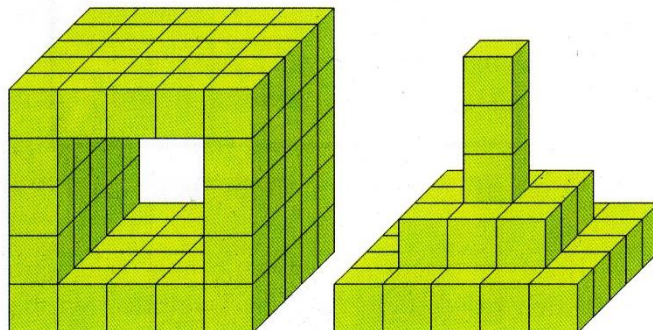
20. Na prostej zaznaczono pięć kolejnych punktów A, B, C, D, E. Wiadomo, że $|AB|=19$, $|CE|=97$ i $|AC|=|BD|$. Oblicz długość odcinka DE.
21. Cztery kwadratowe płytki ułożono tak jak na rysunku. Długości boków dwóch z tych płytek zaznaczono na rysunku. Jaka jest długość boku największej płytki?



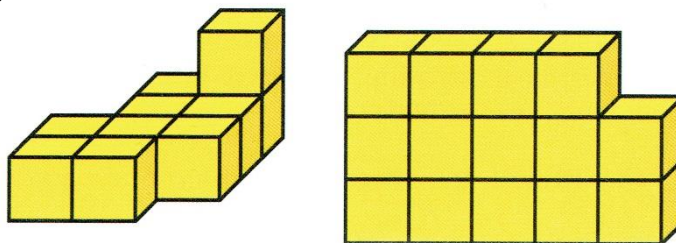
Geometria przestrzenna

- 1 Długość, wysokość i szerokość kartonu z mlekiem zwiększono o 10%, a cenę kartonu zwiększono o 30%. Czy mleko podrożało, czy potaniało?
- 2 W akwarium o wymiarach podstawy 30cmx60cm i wysokości 50cm znajdowała się woda, która nie zajmowała całej objętości. Do akwarium wrzucono dwie kule, każda o objętości 9 l, w wyniku czego objętość wody podniosła się do wysokości akwarium. Na jaką wysokość sięgała woda przed wrzuceniem kul?
- 3 Tadeusz ma bardzo dużo prostopadłościennych klocków każdy o wymiarach $1 \times 2 \times 3$. Jaka jest najmniejsza liczba takich klocków potrzebna do zbudowania pełnego sześcianu?
- 4 Michał ma 42 identyczne sześciennie klocki o krawędzi długości 1. Ze wszystkich tych klocków zbudował pełny prostopadłościan, którego obwód podstawy jest równy 18. Jaka jest wysokości zbudowanego prostopadłościanu.

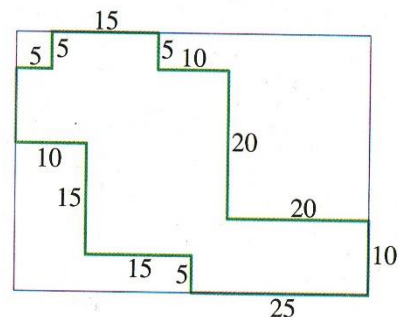
- 5 Robert miał pewną liczbę identycznych sześciennych klocków. Z połowy z nich skleił „tunel”, a z części pozostałych klocków zbudował pełną piramidę (patrz rysunek). Ile klocków nie zostało zużytych do tych budowli?



- 6 Podstawą prostopadłościanu jest prostokąt o wymiarach 10 cm na 16 cm. Suma długości wszystkich krawędzi wynosi 180 cm. Jaka jest długość jego wysokości.
- 7 Suma długości wszystkich krawędzi sześcianu wynosi 60 cm. O ile centymetrów należy zwiększyć długość krawędzi sześcianu, aby objętość tego sześcianu wynosiła 216 cm^3 ?
- 8 Z 400 małych sześcianów o krawędzi 1 cm, budujemy możliwie największy sześcian. Następnie z pozostałych, kolejny możliwie największy sześcian. Ile sześcianów zostanie
- 9 Patryk otrzymał na urodziny pudełko z identycznymi drewnianymi sześciennymi klockami. Użył ich wszystkich, aby zbudować dwie budowle (patrz rysunek). Łączna waga wszystkich klocków wynosi 900 g. Lewa budowla waży 300 g i na rysunku widać wszystkie użyte do jej budowli klocki. Jaka liczba klocków w prawej budowli jest na rysunku niewidoczna?



- 10 Rozważmy prostopadłościany, których długości krawędzi są liczbami naturalnymi. Wyznacz długość krawędzi takiego prostopadłościanu, który ma największą objętość i w którym suma długości krawędzi wynosi 36.
- 11 Ogród Janusza ma kształt figury przedstawionej na rysunku, gdzie długość boków podane są w metrach i każde dwa kolejne boki są do siebie prostopadłe. Ile metrów kwadratowych ma pole powierzchni tego ogrodu?



Prędkość, droga i czas

- 1 Pociąg przez most długości 450 m przejeżdża w ciągu 45 sekund, a słup telegraficzny mija w ciągu 15 sekund. Jaka jest długość pociągu i jego prędkość?
- 2 Podróżnik chce przejść przez pustynię. Do przebycia ma 80 km. Dziennie będzie przebywał 20 km, ale może zabrać ze sobą tylko trzydniowy zapas żywności i wody. Zamierza przygotować sobie bazy co 20 km. Z miejsca startu może nosić do bazy zapasy żywności i wody. Ile dni zajmie mu wyprawa wraz z przygotowaniami baz?
- 3 Motorówka z Torunia do Gdańska płynie Wisłą 5 godzin, a z powrotem 7 godzin. Po ilu godzinach flisacy spławiający drewno przepłyną z Torunia do Gdańska? (Prędkość spływu jest równe prędkości prądu rzeki)
- 4 Kangur i królik postanowili urządzić wyścig. Skok kangura jest 4 razy dłuższy niż skok królika, jednakże w czasie kiedy królik robi 10 skoków kangur zaledwie 3. Zdecydowano, że królik jako wolniejszy wystartuje pierwszy. Kangur rusza w chwili, gdy królik wykonał 20 skoków. Po ilu skokach kangur zrówna się z królikiem?
- 5 Zając biegnie 35 razy szybciej niż żółw, który na przebycie trasy wyścigu potrzebuje 2 godziny i 20 minut. Z jakim wyprzedzeniem wystartować musi żółw, aby obaj przybiegli w tym samym czasie?

Łamigłówki

- 1 Gra polega na wypisywaniu na zmianę przez dwóch grających kolejnych cyfr dwunastocyfrowej liczby. Jeżeli otrzymana liczba jest podzielna przez 3, to wygrywa rozpoczynający, w przeciwnym wypadku drugi z graczy. Przy czym obowiązują trzy reguły:
 1. Pierwsza cyfra może być dowolna,
 2. Po cyfrze 9 można postawić dowolną cyfrę,
 3. Po cyfrze różnej od 9 można postawić jedynie cyfrę większą.Jaką cyfrę powinien wpisać rozpoczynający grę, aby zapewnić sobie wygraną?
- 2 Płaci pan 5 złotych – powiedziała sprzedawczyni. Klient wysypał na ladę wszystkie drobne z portfela. Monet było 20, wyłącznie 5-, 20- i 50-groszówki., „Tu powinno być dokładnie 5 złotych – powiedział klient. Sprzedawczyni tylko pobieżnie rzuciła okiem na bilon i dała wiarę zgarniając monety do kasy. Ktoś stracił 5 groszy na tej transakcji, ale kto – kasjerka czy klient?

- 3 Dwaj chłopcy weszli do sklepu. Każdy wziął z półki taką samą paczkę chipsów. Przy kasie stwierdzili, że jednemu brakuje 3 złote, a drugiemu grosz, postanowili złożyć się i kupić jedną paczkę na spółkę. Okazało się, że pieniędzy nadal mają za mało. Ile kosztowały chipsy?
- 4 Dziesięć jednakowych kopert pęcherzykowych kosztuje 11 złotych z groszami. Trzydzieści takich samych kopert kosztuje 15 złotych z groszami. Ile kosztuje jedna koperta?
- 5 Michał ma w swojej szufladzie 3 białe, 2 czarne i 5 czerwonych skarpetek. Nie zaglądną do szuflady wyciąga pewną ich ilość. Ile co najmniej skarpetek musi wyciągnąć, aby mieć pewność, że będzie wśród nich para tego samego koloru?
- 6 Mamy sześć kul jednakowych na wygląd: 2 żółte, 2 białe i 2 czerwone. W dwóch parach kul jednakowych kule ważą po 100 g, a w trzeciej parze jedna kula waży 99 g, a druga 101 g. Przy pomocy dwóch wagi na wadze szalkowej znaleźć kulę ważącą 99 g.
- 7 W sali umieszczono ławki 3-osobowe, 5-osobowe i 7-osobowe. Łącznie umieszczono 10 ławek. Czy można na nich rozmieścić 57 osób tak, aby wszystkie osoby zajęły miejsca siedzące i aby nie było już miejsc wolnych?

Odpowiedzi:

Liczby i działania

1. 36,48
2. $\frac{2}{5}$
3. 98
4. $2 \cdot 10^{13}$
5. 60%
6. 2mln
7. 505
8. Może kupić jedną rzecz
9. 3
10. 15
11. 18m
12. 16
13. 2222232
14. Ponieważ jest 8 różnych reszt z dzielenia liczby przez 9, więc liczby te można umieścić w 8 szufladkach $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$. W każdej szufladzie znajdzie się po 8 liczb z taką samą resztą z dzielenia przez 9 i zostanie jedna liczba (bo wszystkich jest 65), która będzie miała resztę z dzielenia taką samą jak jedna z liczb w szufladkach. Wtedy w jednej z szufladek znajdzie się 9 liczb z taką samą resztą, więc ich suma będzie podzielna przez 9.
15. 218,...,227

Równania i wyrażenia algebraiczne

1. 1 rok, 6 lat
2. 23 lata
3. 36 uczniów
4. 40zł, 24zł
5. Asia – 24 zł Basia – 30 zł
6. $n = 5f$
7. $x = 13,25$
8. $\frac{2020}{2021}$
9. 12 lat, 14 lat
10. Nie. $3(88x + 17y) = 20082008$ - lewa strona podzielna przez 3, a prawa nie
11. 2 lata
12. 20 lat, 40 lat, 60 lat
13. Nie
14. 70 g

-
15. 3 cm
 16. 14 jagód
 17. 40 zł, 50 zł

Figury geometryczne

1. 24 dm²; 3/8 pola kwadratu
2. 45
3. 145° lub 35°
4. 11,75
5. -
6. Nie
7. 250
8. 30 cm
9. 45 cm²
10. 38,5
11. 8 cm
12. $\frac{5}{9}$
13. 23
14. 10 cm²
15. 11 cm
16. 400 cm²
17. Zakrytej
18. 15°
19. 3
20. 78
21. 64

Geometria przestrzenna

1. Potaniało
2. 10 cm
3. 36
4. 3
5. 18
6. 19
7. 1 cm
8. 57
9. 6
10. 3
11. 900 m²

Prędkość, droga i czas

1. 54 km/h
2. 6
3. 35 h
4. 30 h
5. 2h i 16min

Łamigłówki

1. 8
2. Klient (5x5gr, 6x50gr, 9x20gr)
3. 3 zł
4. 1,23
5. I ważenie

Z jednej i drugiej strony kładziemy po jednej kuli z każdego koloru. Na tej szali, gdzie będą lżejsze kule jest ta, która waży 99 g.

II ważenie

Kładziemy po jednej kuli z każdej strony. Jeśli kule będą ważyły tyle samo 99 g waży ta która została, a jeśli nie, to ta, która jest lżejsza.

6. Nie